Peer Review Journal
Rivista Italiana di Filosofia Analitica junior

Rivista Italiana di Filosofia Analitica Junior 2:2 (2011)
ISSN 2037-4445 © http://www.rifanalitica.it
Patrocinata dalla *Società Italiana di Filosofia Analitica*

IL MISTERO DEI NUMERI

Michele Emmer

I choose numbers because they are so constant, confined, and artistic. Numbers are probably the only real discovery of mankind. A number of something is something else. It's not pure number and has other meanings.

Hanne Darboven, artista[1]

Dio ha creato gli interi; tutto il resto è opera dell'uomo.

Leopold Kronecker, matematico

[1](Lipard and Darboven, 1973, pp.35-36).

AUTORE. Michele Emmer. emmer@mat.uniroma1.it

1 Il mistero dei numeri

Nella notte dei tempi donne ed uomini impararono faticosamente a dominare il tempo e lo spazio, accorgendosi che molti fenomeni della natura si ripetevano in intervalli di tempo più o meno regolari. Se dei cacciatori incontravano dei predatori, lupi, leoni, orsi, avevano il problema di comunicare ai propri simili se quegli animali pericolosi erano pochi o molti. Avevano il problema di contare, anche per affermare la proprietà su animali domestici e territori. Avevano bisogno di contare e misurare. Cominceranno ad intaccare con segni le ossa di animali, un nemico una tacca. Il contare è una abilità molto precedente alla scrittura. Poi il grande salto. Il contare prescinde da che cosa si conta, è una operazione astratta. Lo stesso conteggio si applica a cose diversissime, dalle stelle alle pecore. Un salto incredibile per l'umanità. I segni rappresentavano oggetti, quei segni potevano essere ripetuti, comunicati, insomma il contare diventa una delle caratteristiche dell'umanità. Contare, i segni, astrazione: i numeri. Cominciando naturalmente da 1, il numero uno, il primo numero, il primo numero naturale. L'invenzione (ovvero la scoperta) dei numeri (non credo che i numeri fossero *qui* prima di noi) è stata una delle grandi scoperte (o invenzioni) dell'umanità. E ancora più importante del numero la capacità di contare. A quando si può far risalire la capacità di contare, e cosa vuol dire contare? Si deve operare ciò che in matematica si chiama *mapping* o applicazione o funzione; a ogni oggetto, prescindendo del tutto dalla natura dell'oggetto, si applica un numero, si assegna cioè un numero agli oggetti: li si numera; li si conta, appunto.

Naturalmente nessuno sa quando e dove gli esseri umani hanno maturato questa capacità per noi così ovvia. La più diretta conferma di questa capacità, come racconta George Ifrah ne *La storia universale dei numeri*[2], è stata trovata su una tibia di giovane lupo, trovato in quella che era la Cecoslovacchia, ha 55 tacche e 20000-30000 anni. Su un osso di babbuino nelle montagne Lelembo, nello Swaziland (Africa meridionale), compaiono 29 tacche, per contare chissà cosa; l'osso ha 35000 anni. Tutti prodotti dell'*Homo sapiens sapiens* ben anteriori all'agricoltura, alla terracotta. Probabilmente la prima traccia di una capacità di manipolare numeri si ha nell'impugnatura di un attrezzo in osso trovato tra le alture montuose dell'Africa equatoriale, ai confini tra l'Uganda e il Congo, dove si trova il lago Edoardo, una delle sorgenti più lontane del Nilo. L'osso, chiamato *Ishango*, si trova al museo di storia naturale di Bruxelles e contiene una serie di incisioni disposte su tre colonne distinte. Segni che rappresentano forse un primo passo verso la costruzione di un sistema di numerazione. Risale a circa 18.000 anni a. C.

Figura 1: *Ishango* da Ifrah (1983).

Se è probabile che il contare sia nato come una necessità, come contare la selvaggina, come dividersi le prede, come contare i giorni, è probabile che il primo sviluppo delle operazioni con i numeri, dalle addizioni alle sottrazioni alle più complesse moltiplicazioni e divisioni, sia avvenuto per suddividere terreni ereditati, per calcolare aree.

Le prime fattorie nascono intorno al 10000 a.C. nel Medio Oriente. Il che poneva nuovi problemi: contare e misurare i prodotti della terra, dividere coloro che lavoravano, contare gli

[2](Ifrah, 1983).

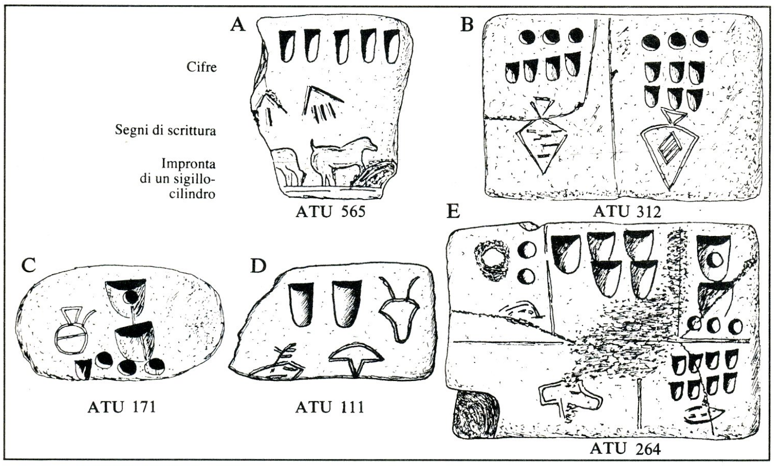


Figura 2: Tavolette sumeriche da Uruk, 3200 a.C., da Ifrah (1983).

animali. Si iniziano ad utilizzare piccoli oggetti per contare: tanti oggetti, tanti animali. Verso il 3100 a.C. tra i Sumeri si sviluppa un sistema che viene scritto; non più piccoli oggetti, il calcolo inizia a essere simbolico. Simboli rappresentano le quantità, basta guardare i simboli e si conosce quali siano le quantità degli oggetti. Una grande operazione di astrazione. E si comincia a contare con quelli che noi chiamiamo i numeri interi positivi ovvero i numeri detti naturali, proprio per sottolineare la loro semplicità, anche se ci sono voluti migliaia di anni per sviluppare un sistema numerico. Ad un certo punto i numeri interi non bastano più.

Per suddividere una eredità, un terreno come ci è stato detto a scuola, una torta, servono altri tipi di numeri.

I babilonesi e poi gli egiziani inventeranno le frazioni, proprio per risolvere questi problemi. Ai numeri interi positivi si aggiungono le frazioni. E servivano sempre più simboli per rappresentare tutti questi numeri. Ispirati alla divinità, come le parti in cui viene suddiviso l'occhio di Horus, e ognuna delle parti rappresenta una frazione dell'unità.

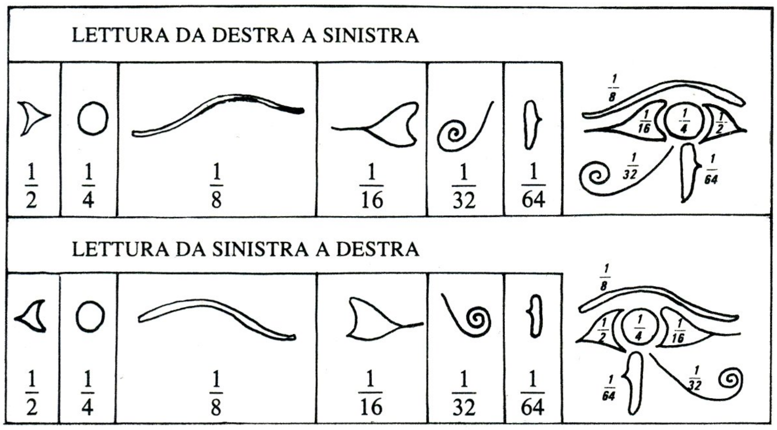


Figura 3: Frazioni dell'*heqat* (unità) rappresentate dalle parti del *udjat*, occhio del dio-falco Horus, da Ifrah (1983).

Moltissime civiltà in epoche diverse ed in luoghi diversi hanno sviluppato un loro sistema numerico, sistemi più complessi ed efficaci, sistemi più semplici ed elementari.

Era abbastanza evidente che, data la grande importanza che i numeri venivano acquistando nella spiegazione e nella previsione dei fenomeni naturali, gli stessi matematici antichi cominciassero a chiamare i numeri *perfetti*, *amici*, attribuendo loro caratteri *umani*. Attribuendo ai numeri poteri di fortuna, di sfortuna. Ed ancora adesso i numeri sono legati alla fortuna, i numeri ci dovrebbero aiutare a prevedere il futuro. E i numeri diventarono *divini*. Il numero 1, il numero 3, il numero 7. Anche recentissimamente avvenimenti tragici ed orrendi nel mondo sono effettuati in determinate date per legarli meglio all'immaginario dei numeri. Chi scorderà mai l'11/9 o secondo l'uso inglese il 9/11?

Passano i millenni e i numeri diventano sempre più essenziali per la sopravvivenza dell'umanità. Il che significa che i numeri, anche quelli più semplici, i numeri interi positivi, non hanno più misteri per noi?

In realtà i numeri, anche quelli più semplici, sono un grande mistero, anche per i matematici, o almeno per quelli che lavorano nel settore chiamato la *Teoria dei Numeri*, uno dei settori più importanti della matematica contemporanea. Tanto misteriosa la natura del numero che un famoso matematico italiano, Giuseppe Peano, dovendo scrivere un insieme di assiomi per definire i numeri, affermava che «Il numero non si può definire poiché è evidente che comunque si combinino tra loro alcune parole (simboli) non si potrà mai avere un'espressione equivalente ad un numero»[3].

E Peano stava parlando dei numeri che tutti imparano a conoscere da bambini, 1,2,3,4,... I numeri naturali, nome quanto mai appropriato, a parte il mistero di quei puntini. I matematici hanno scoperto o inventato tanti numeri, i razionali, i complessi, gli irrazionali, i transfiniti, e tanti altri ancora, all'infinito. Ma già i semplici interi sono un mistero. Non sappiamo come definirli. Anche se tutti li usano senza problemi.

Se Peano alla fine del secolo scorso aveva dettato gli assiomi per i numeri naturali, nel 1900, al congresso mondiale di matematica a Parigi, David Hilbert, famoso matematico tedesco, compilò una lista di problemi che dovevano essere affrontati nel secolo successivo. Tra questi, il secondo suonava più o meno così: «La coerenza dell'aritmetica. Dimostrare cioè la compatibilità tra loro degli assiomi alla base dell'aritmetica»[4]. Sembrava una questione quasi ovvia nella sua formulazione. La risposta al problema, data da Kurt Gödel, è che no, non è possibile: in un sistema che formalizza l'aritmetica esistono sicuramente proposizioni vere ma non dimostrabili, e quindi la verità non corrisponde alla dimostrabilità. Esistono proposizioni di cui non si può stabilire se siano vere o false. Cosa che peraltro non preoccupa molto i matematici che utilizzano tranquillamente i diversi sistemi numerici.

Già Euclide ne *Gli Elementi* (IV-III a.C.) parla dei numeri ma non li definisce, non definisce le grandezze ma solo i rapporti tra di loro. In tre libri parla delle proprietà dei numeri, distinti quindi dalle grandezze. Si parla dei numeri interi positivi. E non li si definisce.

Tuttavia, l'opinione dei matematici è espressa molto chiaramente da Richard Courant e Herbert Robbins in *Che cosa è la matematica* del 1941[5]:

> Fortunatamente il matematico, come tale, non ha bisogno di interessarsi della natura filosofica del passaggio da insiemi di oggetti al concetto astratto di numero. Accetteremo perciò i numeri naturali come dati, assieme alle due operazioni fondamentali, addizione e moltiplicazione, con cui essi possono essere combinati.

Ma allora che cosa è un numero? Non si possono definire ma descrivere certo! Una bella descrizione dei sistemi numerici si trova in un romanzo di qualche anno fa:

[3](Peano, 1981).
[4](Hilbert, 1901).
[5](Courant and Robbins, 1941).

> Sai che cosa c'è alla base della matematica? Alla base della matematica ci sono i numeri. Se qualcuno mi chiedesse che cosa mi rende davvero felice, io risponderei: i numeri. La neve, il ghiaccio e i numeri. E sai perché?... Perché il sistema numerico è come la vita umana.
>
> Per cominciare, ci sono i numeri naturali. Sono quelli interi e positivi. I numeri del bambino. Ma la coscienza umana si espande. Il bambino scopre il desiderio, e sai qual è l'espressione matematica del desiderio?... Sono i numeri negativi. Quelli con cui si dà forma all'impressione che manchi qualcosa. Ma la coscienza si espande ancora, e cresce, e il bambino scopre gli spazi intermedi. Fra le pietre, fra le parti del muschio sulle pietre, fra le persone. E fra i numeri. Sai questo a cosa porta?
>
> Alle frazioni. I numeri interi più le frazioni danno i numeri razionali. Ma la coscienza non si ferma lì. Vuole superare la ragione. Aggiunge una operazione assurda come la radice quadrata. E ottiene i numeri irrazionali... È una sorta di follia. Perché i numeri irrazionali sono infiniti. Non possono essere scritti. Spingono la coscienza nell'infinito. E addizionando i numeri irrazionali ai numeri razionali si ottengono i numeri reali...
>
> Non finisce. Non finisce mai. Perché ora, su due piedi, espandiamo i numeri reali a quelli immaginari, radici quadrate di numeri negativi. Sono numeri che non possiamo figurarci, numeri che la coscienza normale non può comprendere. E quando aggiungiamo i numeri immaginari ai numeri reali abbiamo i sistemi numerici complessi. Il primo sistema numerico all'interno del quale è possibile dare una spiegazione soddisfacente della formazione dei cristalli di ghiaccio.

Chi parla è Smilla, la protagonista del romanzo di Peter Hoeg, *Il senso di Smilla per la neve*[6], da cui è stato tratto anche un film, in cui questa scena è riportata quasi con le stesse parole. Una matematica danese, appassionata di ghiacci e della Groenlandia, Smilla, che investiga sulla morte di un ragazzino eschimese. I matematici con la loro mente fredda e calcolatrice sono molto abili come investigatori, o come criminali.

Già i greci avevano incontrato problemi che riguardavano i numeri, come per esempio la proporzione aurea φ non esprimibile tramite frazioni. Un problema nasce subito con il numero 1; se prendete un quadrato di lato 1, quanto è lunga la diagonale?

Platone nel dialogo *Teeteto* scrive che fu Teodoro di Cirene, maestro suo e di Teeteto, il primo a dimostrare l'irrazionalità delle radici quadrate degli interi non quadrati da 3 a 17 incluso[7].

> TEETETO: Ecco: il nostro Teodoro ci disegnava certe figure sulle potenze, per esempio su quella di tre piedi [quadrati] e su quella di cinque, dimostrando che codeste potenze, rispetto alla lunghezza [del lato], non sono commensurabili con l'unità del piede; e così, trascegliendo via via ogni potenza, arrivò fino a quella di diciassette piedi; e qui si fermò... tutta la serie dei numeri dividemmo in due classi: ogni numero il quale ha la possibilità di derivare dalla moltiplicazione fra loro di due fattori eguali,

[6](Hoeg, 1992).
[7](Platone, 1966a).

lo rassomigliammo nella figura a un quadrato, e lo chiamammo numero quadrato ed equilatero.[8]

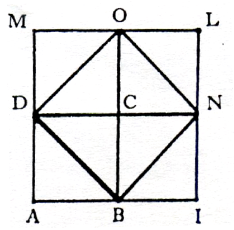
Nel dialogo *Menone* Platone fa discutere Socrate e il servo di Menone[9]:

SOCRATE: Guarda un po': qual è la dimensione di questa superficie?

SERVO: Non capisco.

SOCRATE: Ciascuna delle quattro linee non taglia in due parti uguali ciascuno dei quattro quadrati? O no?

SERVO: Sì.



SOCRATE: E quante di queste metà vi sono all'interno di questo quadrato [BDON]?

SERVO: Due.

SOCRATE: E cosa è il quattro in rapporto al due?

SERVO: Il doppio.

SOCRATE: Quanti sono, dunque, i piedi di questo quadrato [BDON]?

SERVO: Otto.

SOCRATE: E su quale linea è costruito?

SERVO: Su questa [DB].

SOCRATE: Cioè su quella che va dall'uno all'altro angolo del quadrato di quattro piedi [ABCD]?

SERVO: Sì.

SOCRATE: Codesta linea i sofisti la chiamano diametro (è la diagonale). E, se tale è il suo nome, diremo, o servitorello di Menone, che, come tu sostieni, è sulla diagonale che si costruisce la superficie doppia.

SERVO: Esattamente.

Il problema della $\sqrt{2}$ viene aggirato in modo geometrico, con quelli che nel *Timeo* sono chiamati i numeri quadrati: area quadrato di lato 1 + area quadrato di lato 1 = area quadrato di lato 2 (il teorema di Pitagora per i triangoli rettangoli). È questo il motivo per cui ancora oggi chiamiamo quadrati e cubi un numero moltiplicato per se stesso due o tre volte.

Che numero è $\sqrt{2}$? È un numero irrazionale, un numero reale, così come φ, la famosa proporzione aurea. I greci evitarono di utilizzare tali numeri usando metodi geometrici e la

[8]Le potenze di cui parla Teeteto non sono altro che le radici quadrate che sono rappresentate da numeri irrazionali, come è il caso di $\sqrt{2}$. Il problema di come si sia giunti alla scoperta dei numeri irrazionali e in quale epoca non è risolto. Probabilmente sono stati i Pitagorici.

[9](Platone, 1966b).

teoria delle proporzioni nelle loro dimostrazioni. Ci vorranno più di duemila anni perché i numeri irrazionali vengano compresi a fondo.

Ovviamente i numeri sono tanti e, come già diceva Smilla, altri numeri, altri problemi.

> – Dimmi, hai capito questa faccenda?
>
> – Quale faccenda?
>
> – Quella dei numeri immaginari.
>
> – Sì. Non è mica tanto difficile. Tutto quello che occorre ricordare è che la radice quadrata di meno uno è l'unità con cui devi calcolare.
>
> – Ma è proprio questo. Voglio dire, quest'unità non esiste. Ogni numero, positivo o negativo che sia, elevato al quadrato dà una quantità positiva. Dunque non può esistere un numero reale che sia la radice quadrata di una quantità negativa.
>
> – Giusto; ma perché non si dovrebbe tentare lo stesso di estrarre la radice quadrata di un numero negativo? Naturalmente non può produrre un valore reale (nel senso di numero reale) e perciò si chiama immaginario. È come dire: qui sta sempre seduto qualcuno, perciò anche oggi mettiamogli una sedia, e anche se nel frattempo è morto continuiamo come se venisse.
>
> – Ma come si può, sapendo con certezza, con certezza matematica, che è impossibile?
>
> – Be', si continua a comportarsi come se non fosse così... Ma la cosa strana è appunto che con quei valori immaginari o in qualche modo impossibili si possano tuttavia compiere le ordinarie operazioni e alla fine ottenere un risultato tangibile!...
>
> Ma non c'è lo stesso qualcosa di strano? Come lo debbo esprimere? Prova a pensarci. In un calcolo così tu incominci con numeri solidi che rappresentano metri o pesi o qualcos'altro di tangibile, o almeno sono numeri reali. Alla fine del calcolo, i risultati sono anche quelli numeri reali. Ma questi due gruppi di numeri reali sono collegati da qualcosa che semplicemente non esiste... Per me, questi calcoli mi fan girare la testa, come se conducessero dio sa dove. Ma quel che mi fa rabbrividire è la forza contenuta in un simile problema, una forza che ti tiene così saldamente che alla fine atterri sano e salvo dall'altra parte.
>
> – Parli già quasi come il nostro prete...

Il dialogo si svolge tra il giovane Törless e il suo amico Beineberg nel racconto di Musil *I turbamenti del giovane Törless*[10]. Quella lezione sui numeri immaginari risveglia nel protagonista «una venerazione per la matematica, che improvvisamente aveva cessato di essere una materia morta per diventare qualcosa di molto vivo».

Un legame tra il contare e il raccontare che molto esplicitamente ha più volte espresso Peter Greenaway, regista tra l'altro del film *Drowning by Numbers* (affogare con i numeri, il titolo italiano, in cui si perde il sapore numerico, era *Giochi nell'acqua*). Da sempre affascinato dai numeri, sin dai primi film. In un lungo articolo dal titolo *Come costruire un film*[11], Greenaway ha descritto molto chiaramente come è nato l'interesse per i numeri e per le griglie numeriche che ha utilizzato nei suoi film. Non a caso aveva intitolato *Fear of Drowning by Numbers* (in italiano *Paura dei numeri*) un suo libro dal sottotitolo *100 pensieri sul cinema*. Qual è il ruolo privilegiato dei numeri nel cinema[12]?

[10](Musil, 1964).
[11](Greenaway, 2000).
[12](Greenaway, 1993).

> Contare è il modo più semplice e primitivo di narrare – 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 – una storia con un principio, un centro, una fine e un senso della progressione – che culmina in un finale a due cifre –, uno scopo realizzato, un epilogo raggiunto.

L'esigenza che aveva Greenaway era di ricercare qualcosa di più sostanziale della narrazione per tenere insieme il vocabolario del cinema:

> Ho costantemente ricercato, citato e inventato principi organizzatori che riflettessero il passare del tempo con più successo della narrazione, che codificassero il comportamento più in astratto che nella narrazione e adempissero a questi compiti con una qualche forma di distacco appassionato. [Per far questo] i numeri aiutano. I numeri possono significare strutture definibili, facilmente comprensibili in tutto il mondo.

2 L'infinito dei numeri

[. . .]
E il naufragar mi è dolce in questo mare
Giacomo Leopardi, *L'infinito*

I numeri di cui si è parlato sinora sono in gran parte i numeri interi positivi, sono questi i numeri che hanno affascinati artisti e poeti. Altro fascino di questi numeri, questa loro proprietà che se si aggiunge ad un numero intero positivo un altro intero positivo, si può continuare cercando di raggiungere l'inarrivabile infinito. I numeri interi positivi sono infiniti. Ma si fa presto a dire infiniti. Ce ne sono tanti di tipi di infinito. Ed uno dei primi che pone questi problemi è Galileo Galilei ne i *Dialoghi su due nuove scienze*[13].

SIMPLICIO: Qui nasce subito il dubbio, che mi pare insolubile: ed é , che essendo noi sicuri trovarsi linee una maggiore dell'altra, tutta volta che amendue contenghino punti infiniti, bisogna confessare trovarsi nel medesimo genere una cosa maggior dell'infinito, perché la infinità de i punti della linea maggiore eccederà la infinità de i punti della minore. Ora questo darsi un infinito maggior dell'infinito mi par concetto da non poter esser capito in verun modo.

SALVIATI: Queste son di quelle difficoltà che derivano dal discorrer che noi facciamo col nostro intelletto finito attorno a gl'infiniti, dandogli quelli attributi che noi diamo alle cose finite e terminate; il che penso che sia inconveniente, perché stimo che questi attributi di maggioranza, minorità ed eguaglità non convenghino a gl'infiniti, de i quali non si può dire, uno esser maggiore o minore o eguale all'altro [. . .]. Io suppongo che voi benissimo sappiate quali sono i numeri quadrati e quali i non quadrati.

SIMPLICIO: So benissimo che il numero quadrato é quello che nasce dalla moltiplicazione d'un altro numero in se medesimo: e così il quattro, il nove, ecc., son numeri quadrati, nascendo quello dal due, e questo dal tre, in se medesimi moltiplicati.

SALVIATI: Benissimo: e sapete ancora, che sì come i prodotti si dimandano quadrati, i producenti, cioè quelli che si multiplicano, si chiamano lati o radici; gli altri poi; che non nascono da numeri multiplicati in se stessi, non sono altrimenti quadrati. Onde se io dirò, i numeri tutti, comprendendo i quadrati e i non quadrati, esser più che i quadrati soli, dirò proposizione verissime: non é così?

SIMPLICIO: Non si può dir altrimenti.

SALVIATI: Ma se io domanderò, quante siano le radici, non si può negare che elle non siano quante tutti i numeri, poiché non vi é numero alcuno che

[13](Galilei, 1938).

non sia radice di qualche quadrato; e stante questo, converrà dire che i numeri quadrati siano quanti tutti i numeri, poiché tanti sono quante le lor radici, e radici son tutti i numeri; e pur da principio dicemmo, tutti i numeri esser assai più che tutti i quadrati, essendo la maggior parte non quadrati. E pur tuttavia si va la moltitudine de i quadrati sempre con maggior proporzione diminuendo, quanto a maggior numeri si trapassa; perché sino a cento vi sono dieci quadrati, che é quanto a dire la decima parte esser quadrati, in diecimila solo la centesima parte son quadrati, in un milione solo la millesima: e pur nel numero infinito, se concepir lo potessimo; bisognerebbe dire, tanti esser i quadrati quanti tutti i numeri insieme.

SAGREDO: Che dunque si ha da determinare in questa occasione?

SALVIATI: Io non veggo a che ad altra decisione si possa venire, che a dire, infiniti essere tutti i numeri, infiniti i quadrati, infinite le loro radici, né la moltitudine dé quadrati esser minore di quella di tutti i numeri, né questa maggior di quella, ed in ultima conclusione, gli attributi di eguale maggiore e minore non aver luogo ne gli infiniti, ma solo nelle quantità terminate. E però quando il Sig. Simplicio mi propone più linee diseguali, e mi domanda come possa essere che nelle maggiori non siano più punti che nelle minori, io gli rispondo che non ve ne sono né più né manco né altrettanti, ma in ciascheduna infiniti: o veramente se io gli rispondessi, i punti nell'una esser quanti sono i numeri quadrati, in un'altra maggiore quanti tutti i numeri, in quella piccolina quanti sono i numeri cubi, non potrei io avergli dato soddisfazione col porne più in una che nell'altra, e pure in ciascheduna infiniti? [...]

SALVIATI: E così dal vostro ingegnoso discorso si conclude, gli attributi di maggiore o minore o eguale non aver luogo non solamente tra gl'infiniti, ma né anco tra gl'infiniti e i finiti.

A partire dal numero intero positivo uno si possono costruire i numeri interi positivi aggiungendo sempre una unità al numero precedente, senza fine, l'insieme di questi numeri si chiama l'insieme dei numeri naturali e si indica con $\mathbb{N}$. Da questi numeri si costruiscono i razionali, indicati dalla lettera $\mathbb{Q}$, le frazioni. Quanti sono i razionali? Esattamente tanti quanti sono gli interi, si possono cioè *contare*. Cosa non ovvia. Ed il salto successivo è che se consideriamo tutti i punti che ci sono su una retta e cerchiamo di contarli, i numeri interi e quelli razionali non bastano. Sono *molti di più* i punti della retta, come aveva intuito Galilei. Tanti di più che non si possono contare. Si tratta dei numeri reali che sono tanti quanti i punti di una retta, ma anche tanti quanti sono i punti di un segmento della retta, perché, come aveva ancora intuito Galilei la regola dell'essere contenuto ed avere maggior numero di elementi non vale per gli insiemi infiniti. Uno dei paradossi dell'infinito, uno dei tanti.

Paradossi a cui era dedicato lo spettacolo *Infinities* di Luca Ronconi, andato in scena al Piccolo Teatro di Milano nel 2002 e 2003.

Dunque sono infiniti ma contabili gli interi positivi, e così i pari, i dispari, tutte le frazioni. E quanti sono i razionali all'interno dell'insieme dei numeri reali? Sono praticamente nulla, una polvere. Se si mettessero tutti i numeri razionali su una retta, tra un punto e il successivo punto razionale, per esempio tra $^1/_2$ e 3, ci sarebbero tanti punti reali quanto ve ne sono su tutta la retta, altro paradosso dell'infinito. Tutti i numeri razionali hanno un peso eguale a zero nell'insieme di tutti i numeri reali. La cosa interessante da osservare è che i computer, per loro natura strumenti di calcolo di altissima precisione, che possono fare conti strabilianti in pochissimi istanti, usano solo i numeri razionali, quella nuvola all'interno dei reali...

Problemi non banali quelli dell'infinito, della numerabilità, della calcolabilità. Se i numeri, almeno alcuni di essi, sono stati introdotti migliaia di anni fa nella storia dell'umanità, è sorprendente notare che «uno dei fatti più sorprendenti della storia della matematica è che la fondazione logica dei numeri reali sia stata edificata solo alla fine del XIX secolo.»

Per capire la natura dei numeri reali, dandone una definizione costruttiva senza occuparsi di cosa i numeri *siano* (e di numeri ne esistono infinite altre varietà!) ci sono voluti migliaia di anni, come osserva Morris Kline nella *Storia del pensiero matematico*[14].

Magia, mistero, potenza, fascino. Il numero non poteva non essere presente nell'immaginario degli artisti. Se non possiamo definire questi enti così potenti e misteriosi, se non riusciamo a renderli con parole, ecco allora che l'arte ci viene in aiuto. L'arte dei numeri, o meglio i numeri dell'arte. I numeri diventano i protagonisti, senza descrizioni, senza definizioni, i numeri stessi, le loro immagini. Ed ecco allora i numeri e l'arte.

[14](Kline, 1991).

3 I numeri dell'arte

> E' il numero in sé, la rappresentazione grafica che nel tempo se ne è data, la forma di volta in volta assunta, l'assolutezza del suo icastico manifestarsi che ha orientato la selezione delle opere. Oggetto e soggetto di dipinti, sculture, disegni, video, film, fotografie, istallazioni, il numero. Potenziale estetico circoscritto al configurarsi del numero come entità astratta, autosufficiente, in sé conchiusa e pertanto assoluta.[15]

Parole di Marco Pierini, curatore con Lorenzo Fusi, della mostra *Numerica* al Palazzo delle Papesse tenutasi a Siena nel 2007. Subito dopo il palazzo delle Papesse è stato chiuso.

Mostra che si apriva con i *Numeri innamorati* di Balla che comparivano anche sulla copertina della mostra di Stoccarda del 1997 *Magie der Zahl* (Magia del numero), un grande supermercato dei numeri nell'arte, numeri, numeri, senza alcun criterio. Con Balla siamo nel 1924, i numeri sono comparsi nei collage dei Cubisti, nelle opere di Boccioni, grande appassionato della quarta dimensione e delle nuove geometrie. Marinetti aveva scritto che l'amore della precisione e della brevità essenziale gli aveva fornito *naturalmente* il gusto dei numeri, che vivono e respirano come esseri vivi nella nostra nuova sensibilità numerica. Nuovi i numeri, pur antichissimi, simbolo della modernità seppur immutabili. Il fascino dei numeri.

> Contare, l'unica cosa che si poteva essere certi di far bene... I numeri mi danno la libertà di pensare a qualcos'altro, sono stati già inventati e non appartengono a nessuno.

ha dichiarato l'artista Mel Bochner[16], presente alla mostra di Siena con *Counting: 0-1- (#6)*. Una mostra in cui aveva molto spazio l'ironia, il gioco dei numeri.

Non poteva mancare un piccola parte legata alla sezione aurea ed alla successione di Fibonacci. In una stanza dell'antico palazzo decorata con le parole *Utilità, ordine, prontezza*, Mario Merz, con il ricordo di quei numeri che inseguivano il coccodrillo sulle rampe a spirale del Guggenheim di New York.

E non si può fare a meno di accennare al fascino dei numeri primi. Il fatto che i numeri primi sono infiniti è uno, se non il primo teorema significativo che abbia dimostrato l'umanità. Se ne trova la dimostrazione nei volumi di Euclide.

> Si era creata in modo nitido nelle nostre menti un'immagine tangibile dei numeri primi che poi ognuno di noi tre aveva elaborato a suo modo. Bastava che lui pronunciasse le parole numero primo perché noi ci guardassimo negli occhi per scambiarci un cenno amichevole di assenso... L'ordine matematico è così bello proprio perché non ha utilità nella vita reale. Scoprire la vera natura dei numeri primi, non rende più facile la vita né fa guadagnare soldi. Certo, per quanto gli studiosi tentino di voltare le spalle al mondo reale, alla fine i casi in cui le scoperte della matematica trovano un'applicazione pratica sono molti... Persino i numeri primi sono stati utilizzati come base dei codici segreti e utilizzati in guerra. Ma questo è scandaloso! Il vero scopo della matematica non è questo, bensì la scoperta della verità... Fu così che un ex matematico sulla soglia della vecchiaia, una ragazza madre quasi trentenne e suo figlio che frequentava le elementari riuscirono a cenare insieme senza imbarazzarti silenzi.

[15](Pierini and Fusi, 2007).

[16](Ogawa, 2008).

Un libro diverso dai tanti libri in cui i protagonisti sono i matematici. Il protagonista è sì un matematico, ma quello che l'autrice Yoko Ogawa in *La formula del professore*[17] vuole raccontare non è solo la solitudine, l'isolamento, il faticoso mestiere di vivere, ma la passione, il fascino per la matematica. Un libro molto suadentemente giapponese.

E la storia, la storia dei numeri continua, fortunatamente senza fine...

NdR: Alcuni paragrafi del presente contributo sono già apparsi in Hevelius' Webzine.

[17](Abdolah, 2010).

Riferimenti bibliografici

Abdolah, K. (2010). *Il Messaggero*. Iperborea, Milano. 13

Courant, R. and H. Robbins (1941). *What is Mathematics An Elementare Approach to Ideas and Metods*. Oxford University Press, New York. ed italiana, Boringhieri, Torino 1971. 4

Galilei, G. (1938). *Opere*, Volume II, Chapter Dialoghi delle nuove scienze. Rizzoli. 9

Greenaway, P. (1993). *Fear of Drowings by Numbers*. Editions Dis Voir, Paris. ed. italiana, Paura dei numeri, Editrice il Castoro, 1996. 7

Greenaway, P. (2000). Come costruire un film. In M. Emmer (Ed.), *Matematica e cultura*, pp. 159–171. Sprinter Italia, Milano. 7

Hilbert, D. (1901). Sur le problèmes futurs des mathématiques. In *Compte rendu du Deuxième Congrès International des Mathématiciens, Paris 1900*, pp. 54–114. Paris, Gauthier-Villars. 4

Hoeg, P. (1992). *Froken Smillas fornemmelse for sne*. Munksgaard/Rosinante, Copenhagen. ed inglese Delta Book, New York, 1995. 5

Ifrah, G. (1983). *La storia universale dei numeri*. Mondadori, Milano. 2, 3

Kline, M. (1991). *Storia del pensiero matematico*. Einaudi, Torino. 11

Lipard, L. and H. Darboven (1973, october). Deep in numbers. *Artforum* (12), 35–36. 1

Musil, R. (1964). *Racconti e teatro*, Chapter I turbamenti del giovane Törless. Einaudi, Torino. 7

Ogawa, Y. (2008). *La formula del professore*. Il Saggiatore, Milano. 12

Peano, G. (1981). Sul concetto di numero. *Rivista di Matematica*. 4

Pierini, M. and L. Fusi (2007). *Numerica, catalogo della mostra, Siena*. Silvana editore, Milano. 12

Platone (1966a). *Opere*, Volume 1, Chapter Teeteto. Laterza, Bari. 5

Platone (1966b). *Opere*, Volume 2, Chapter Menone. Laterza, Bari. 6

A proposito dell'autore

MICHELE EMMER (Milano, 1945) insegna Matematica all'Università di Roma – La Sapienza. È collaboratore del giornale on-line *Galileo*, organizzatore di numerosi convegni e rassegne, regista, curatore dell'edizione italiana di *Flatlandia*, di E. Abbott, (2008) Bollati Boringhieri. Editore delle serie *Mathematics and culture* per Springer, e *The visual mind, art and mathematics* per MIT Press. È autore di numerosi saggi e articoli, su un ambito di interessi che copre la matematica, l'arte, la letteratura. Tra le sue ultime pubblicazioni, segnaliamo, per Bollati Boringhieri, *Numeri immaginari: cinema e matematica* (2011), e *Bolle di sapone, tra arte e matematica* (2009). Info: http://www.mat.uniroma1.it/people/emmer/.